

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
2. kolokvij

16. prosinca 2017.
1. dio, grupa A

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ukupno |
|---|---|---|---|---|--------|
| | | | | | |

2. (i) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (1 bod)

- (ii) Odredite matrični zapis sustava

$$\begin{aligned}3x - y + z &= 8 \\ -x + 2y + 2z &= 1 \\ 2x - y + 3z &= 13.\end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

- (iii) Riješite sustav iz (ii) metodom iz (i). (1 bod)

3. Zadana je realna funkcija $f(x) = 4 - (x - 1)^2$.

(i) Nacrtajte što preciznije graf funkcije f . (1 bod)

(ii) Odredite intervale rasta i pada funkcije f , precizirajući gdje je riječ o ubrzanom, a gdje o usporenom rastu, odnosno padu. Odgovorite ovdje, a ne crtajući po grafu iz (i)! (1 bod)

(iii) Kako treba zadati domenu i kodomenu funkcije f iz (i) tako da ona bude bijekcija? Nacrtajte graf te bijektivne funkcije i njoj pripadne inverzne funkcije. (1 bod)

4. (i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} . (1 bod)

(ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = (x + 1)^3 + 2$. (1 bod)

(iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcije $f(x) = (x + 1)^3 + 2$ i njoj inverzne funkcije. Koja je veza među tim grafovima? (1 bod)

5. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$.
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} , te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (1 bod)

- (ii) Pokažite da vektori $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ i $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ nisu niti kolinearni niti ortogonalni. Je li kut među tim vektorima tup ili šiljast? Obrazložite odgovore! (1 bod)

- (iii) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = -\vec{i} + \vec{k}$. Izračunajte površinu baze i visinu tog tijela. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
2. kolokvij

16. prosinca 2017.
1. dio, grupa B

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ukupno |
|---|---|---|---|---|--------|
| | | | | | |

1. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$.
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} , te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (1 bod)

- (ii) Pokažite da vektori $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ i $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ nisu niti kolinearni niti ortogonalni. Je li kut među tim vektorima tup ili šiljast? Obrazložite odgovore! (1 bod)

- (iii) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = -2\vec{i} + \vec{k}$. Izračunajte površinu baze i visinu tog tijela. (1 bod)

2. Zadana je realna funkcija $f(x) = 9 - (x - 2)^2$.

(i) Nacrtajte što preciznije graf funkcije f . (1 bod)

(ii) Odredite intervale rasta i pada funkcije f , precizirajući gdje je riječ o ubrzanom, a gdje o usporenom rastu, odnosno padu. Odgovorite ovdje, a ne crtajući po grafu iz (i)! (1 bod)

(iii) Kako treba zadati domenu i kodomenu funkcije f iz (i) tako da ona bude bijekcija? Nacrtajte graf te bijektivne funkcije i njoj pripadne inverzne funkcije. (1 bod)

3. (i) Kako glasi funkcijska ovisnost količine radioaktivne tvari o vremenu? Objasnite značenje pojedinih pojmova! (1 bod)
- (ii) Pokažite da je funkcija koja se pojavljuje u (i) pozitivna i padajuća, te skicirajte njen graf. (1 bod)
- (iii) U kojem su odnosu vremena poluraspada T_1 i T_2 dvije radioaktivne tvari čiji je odnos konstanti raspada dan s $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{4}$? (1 bod)

4. (i) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (1 bod)

- (ii) Odredite matrični zapis sustava

$$\begin{aligned}2x - y + 3z &= 4 \\3x + y - z &= -8 \\2x - 2y + 3z &= 3.\end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

- (iii) Riješite sustav iz (ii) metodom iz (i). (1 bod)

5. (i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} . (1 bod)

(ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = (x + 2)^3 + 1$. (1 bod)

(iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcije $f(x) = (x + 2)^3 + 1$ i njoj inverzne funkcije. Koja je veza među tim grafovima? (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
2. kolokvij

16. prosinca 2017.
1. dio, grupa C

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ukupno |
| | | | | | |

1. (i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} . (1 bod)

(ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = (x + 1)^3 + 1$. (1 bod)

(iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcije $f(x) = (x + 1)^3 + 1$ i njoj inverzne funkcije. Koja je veza među tim grafovima? (1 bod)

2. (i) Kako glasi funkcijska ovisnost količine radioaktivne tvari o vremenu? Objasnite značenje pojedinih pojmova! (1 bod)
- (ii) Pokažite da je funkcija koja se pojavljuje u (i) pozitivna i padajuća, te skicirajte njen graf. (1 bod)
- (iii) U kojem su odnosu vremena poluraspada T_1 i T_2 dvije radioaktivne tvari čiji je odnos konstanti raspada dan s $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{2}$? (1 bod)

3. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$.
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} , te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (1 bod)

- (ii) Pokažite da vektori $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ nisu niti kolinearni niti ortogonalni. Je li kut među tim vektorima tup ili šiljast? Obrazložite odgovore! (1 bod)

- (iii) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = -\vec{i} + 2\vec{k}$. Izračunajte površinu baze i visinu tog tijela. (1 bod)

4. Zadana je realna funkcija $f(x) = 1 - (x - 4)^2$.

(i) Nacrtajte što preciznije graf funkcije f . (1 bod)

(ii) Odredite intervale rasta i pada funkcije f , precizirajući gdje je riječ o ubrzanom, a gdje o usporenom rastu, odnosno padu. Odgovorite ovdje, a ne crtajući po grafu iz (i)! (1 bod)

(iii) Kako treba zadati domenu i kodomenu funkcije f iz (i) tako da ona bude bijekcija? Nacrtajte graf te bijektivne funkcije i njoj pripadne inverzne funkcije. (1 bod)

5. (i) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (1 bod)

- (ii) Odredite matrični zapis sustava

$$\begin{aligned}3x + y + 2z &= 9 \\ -x + 2y + z &= -6 \\ 2x - y + 3z &= 11.\end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

- (iii) Riješite sustav iz (ii) metodom iz (i). (1 bod)