

MATEMATIKA 1**1. dio, grupa A****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.**

- Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

- (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$. Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} , te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (1 bod)
- (ii) Pokažite da vektori $\vec{a} = \vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ nisu niti kolinearni niti ortogonalni. Je li kut među tim vektorima tup ili šiljast? Obrazložite odgovore! (1 bod)
- (iii) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j}$. Izračunajte površinu baze i visinu tog tijela. (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio, grupa A****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****2. zadatak**

(i) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (1 bod)

(ii) Odredite matrični zapis sustava

$$\begin{aligned}2x - y + z &= -2 \\ -x + 3y + z &= 2 \\ 2x - y + 4z &= -5.\end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

(iii) Riješite sustav iz (ii) metodom iz (i). (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio, grupa A****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****3. zadatak** Zadana je realna funkcija $f(x) = -x^2 - 2x - 7$.

- (i) Nacrtajte što preciznije graf funkcije f . (1 bod)
- (ii) Odredite intervale rasta i pada funkcije f , precizirajući gdje je riječ o ubrzanom, a gdje o usporenom rastu, odnosno padu. Odgovorite ovdje, a ne crtajući po grafu iz (i)! (1 bod)
- (iii) Kako treba zadati domenu i kodomenu funkcije f iz (i) tako da ona bude bijekcija? Nacrtajte graf te bijektivne funkcije i njoj pripadne inverzne funkcije. (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio, grupa A****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****4. zadatak**

(i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} . (1 bod)

(ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = \sqrt[3]{x+2} - 1$. (1 bod)

(iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x+2} - 1$ i njoj inverzne funkcije. Koja je veza među tim grafovima? (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio, grupa A****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****5. zadatak**

(i) Kako glasi funkcijska ovisnost količine radioaktivne tvari o vremenu? Objasnite značenje pojedinih pojmova! (1 bod)

(ii) Pokažite da je funkcija koja se pojavljuje u (i) pozitivna i padajuća, te skicirajte njen graf. (1 bod)

(iii) U kojem su odnosu konstante raspada λ_1 i λ_2 dvije radioaktivne tvari čiji je odnos vremena poluraspada dan s $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2}$? (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio, grupa B****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.**

- Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

- (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$. Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} , te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (1 bod)
- (ii) Pokažite da vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ nisu niti kolinearni niti ortogonalni. Je li kut među tim vektorima tup ili šiljast? Obrazložite odgovore! (1 bod)
- (iii) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = \vec{j} - \vec{k}$. Izračunajte površinu baze i visinu tog tijela. (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio, grupa B****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****2. zadatak**

(i) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (1 bod)

(ii) Odredite matrični zapis sustava

$$\begin{aligned}x - y + 2z &= 1 \\3x + y + z &= -2 \\2x - 4y + z &= -1.\end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

(iii) Riješite sustav iz (ii) metodom iz (i). (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio, grupa B****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****3. zadatak** Zadana je realna funkcija $f(x) = -x^2 - 4x - 8$.(i) Nacrtajte što preciznije graf funkcije f . (1 bod)(ii) Odredite intervale rasta i pada funkcije f , precizirajući gdje je riječ o ubrzanom, a gdje o usporenom rastu, odnosno padu. Odgovorite ovdje, a ne crtajući po grafu iz (i)! (1 bod)(iii) Kako treba zadati domenu i kodomenu funkcije f iz (i) tako da ona bude bijekcija? Nacrtajte graf te bijektivne funkcije i njoj pripadne inverzne funkcije. (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio, grupa B****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****4. zadatak**

(i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} . (1 bod)

(ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = \sqrt[3]{x+1} - 2$. (1 bod)

(iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x+2} - 1$ i njoj inverzne funkcije. Koja je veza među tim grafovima? (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio, grupa B****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****5. zadatak**

(i) Kako glasi funkcijska ovisnost količine radioaktivne tvari o vremenu? Objasnite značenje pojedinih pojmova! (1 bod)

(ii) Pokažite da je funkcija koja se pojavljuje u (i) pozitivna i padajuća, te skicirajte njen graf. (1 bod)

(iii) U kojem su odnosu konstante raspada λ_1 i λ_2 dvije radioaktivne tvari čiji je odnos vremena poluraspada dan s $\frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{5}$? (1 bod)