

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

8. srpnja 2013.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ukupno |
|---|---|---|---|---|--------|
| | | | | | |

2. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}2x - y + z &= 0 \\x + y - z &= 6 \\3x - y + 2z &= 1. \quad (2 \text{ boda})\end{aligned}$$

(ii) Pokažite da je

$$B = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -5 & 1 & 3 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i). Koristeći tu matricu riješite gornji sustav. (4 boda)

(iii) Zapišite opću 2 x 2 matricu, formulu za njenu determinantu i inverznu matricu. Primijenite to na matricu

$$\begin{pmatrix} 2 & a \\ a + 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Odredite za koje vrijednosti realnog paramatera a je gornja matrica regularna. (4 boda)

3. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (4 boda)

(ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)

(iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je $f(x) = \log_3 x$. (2 boda)

(iv) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = \sin x$ (precizan crtež). (2 boda)

4. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)

(ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = x^3 + 2x$.
(2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = \frac{\pi}{4}$ i predočite tu tangentu. (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (3 boda)
- (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)
- (iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)
- (iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = x^3 - x$ i označite na grafu lokalne ekstreme i točke infleksije. (2 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

8. srpnja 2013.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ukupno |
|---|---|---|---|---|--------|
| | | | | | |

1. (i) U polju kompleksnih brojeva riješite jednađbu

$$|z + 5i| = |z - 5|.$$

(5 bodova)

- (ii) Geometrijski predočite skup rješenja te jednađbe. (5 bodova)

2. (i) Zapišite sustav

$$a + 2c + d = 1$$

$$3a + c + d = 1$$

$$2b + c = 1$$

$$2a + 2b + c + d = 1$$

u matričnom obliku. (2 boda)

(ii) Riješite taj sustav Gaussovom metodom eliminacija. (8 bodova)

3. (i) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7}{x(2x - 1)^2}.$$

(2 boda)

(ii) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}.$$

(4 boda)

(iii) Izračunajte prvu derivaciju funkcije $f(x) = \cos(xe^x + x^2)$.
(4 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (2 boda)

(ii) njene nultočke, (2 boda)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (3 boda)

(v) područja rasta i pada, (3 boda)

(vi) područja koveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (3 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke.
(4 boda)