

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

2. rujna 2013.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)

(ii) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = -\sqrt{3} - i$ i $z_2 = 3 - 3i$. Predočite te brojeve. (3 boda)

(iii) Geometrijski predočite broj z ako je $|z| = 2$ i argument $\varphi = \frac{5\pi}{6}$. (2 boda)

(iv) Na primjeru brojeva z_1 i z_2 iz (ii) predočite geometrijski zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva. (3 boda)

2. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}2x + y - z &= 9 \\3x - y + 3z &= -3 \\x + 2y - z &= 10. \quad (2 \text{ boda})\end{aligned}$$

(ii) Pokažite da je

$$B = \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ -6 & 1 & 9 \\ -7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i). Koristeći tu matricu riješite gornji sustav. (4 boda)

(iii) Zapišite opću 2 x 2 matricu, formulu za njenu determinantu i inverznu matricu. Primijenite to na matricu

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ a - 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Odredite za koje vrijednosti realnog paramatera a je gornja matrica regularna. (4 boda)

3. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (4 boda)

(ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)

(iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je $f(x) = \sqrt[3]{x}$. (2 boda)

(iv) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ (precizan crtež). (2 boda)

4. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)

(ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt{x+3}$.
(2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = -\sqrt[3]{x}$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = -1$ i predočite tu tangentu.
(3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (3 boda)
- (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)
- (iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)
- (iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = x^3 - x$ i označite na grafu lokalne ekstreme i točke infleksije. (2 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

2. rujna 2013.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) U polju kompleksnih brojeva riješite jednađbu

$$|z + 5i| = |z - 5|.$$

(5 bodova)

- (ii) Geometrijski predočite skup rješenja te jednađbe. (5 bodova)

2. (i) Zapišite sustav

$$2a + c - d = 4$$

$$b + 3c - 2d = 4$$

$$4a - b = 5$$

$$3a + d = 2$$

u matričnom obliku. (2 boda)

(ii) Riješite taj sustav Gaussovom metodom eliminacija. (8 bodova)

3. (i) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 100}{x(x-1)^2}.$$

(2 boda)

(ii) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}.$$

(4 boda)

(iii) Izračunajte prvu derivaciju funkcije $f(x) = \cos(x^3e^x + x^2)$.
(4 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{(x-2)^2+1}{x-2}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (2 boda)

(ii) njene nultočke, (2 boda)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (3 boda)

(v) područja rasta i pada, (3 boda)

(vi) područja koveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (3 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke.
(4 boda)