

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

5. rujna 2016.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$.
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} , te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (3 boda)

- (ii) Jesu li vektori $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ i $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{k}$ kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

- (iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

- (iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = \vec{j} + \vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}3x + y - z &= 4 \\x - 2y + z &= 0 \\x + 3y - 2z &= 3. \quad (1 \text{ bod})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} .
(2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je $f(x) = \log_3(x + 1)$. (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija?
Predočite tu vezu ako je $f(x) = \log_3(x + 1)$ (precizan crtež).
(3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli
odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost $f(2.01)$ ako je $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$. (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = 2$ i predočite tu tangentu te graf funkcije $f(x)$. (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija $f(x) = (x - 3)^2(x - 1)^2$. Računski odredite nultočke, točke lokalnih ekstrema kao i točke infleksije ove funkcije. (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

5. rujna 2016.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Koristeći elementarne matrice transformacije riješite linearni sustav:

$$0x_1 - 0x_2 + 0x_3 - 0x_4 - 0 = 0,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - 2 = 0,$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 1 = 0,$$

$$2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 6x_4 - 4 = 0,$$

$$-x_1 + x_2 + 2x_4 + 2 = 0.$$

(10 bodova)

2. Zadani su vektori $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{c} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$.

(i) Odredite obujam paralelepipeda razapetog tim vektorima.
(5 bodova)

(ii) Prikažite vektor $\vec{i} - \vec{j}$ kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} .
(5 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{4}{x^2-9}$.

(i) Razvijte tu funkciju u Taylorov red oko točke $x_0 = 0$. (5 bodova)

(ii) Napišite prva četiri člana Taylorovog razvoja. (2 boda)

(iii) Odredite područje konvergencije tog reda. (3 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{x-1}{2} - \frac{2}{x-4}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (1 bod)

(ii) nultočke funkcije, (1 bod)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (4 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (4 boda)

(v) područja rasta i pada, (3 boda)

(vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije, (3 boda)

(vii) Precizno nacrtajte graf ove funkcije, koristeći dobivene podatke.
(4 boda)