

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 1  
Ispit

13. srpnja 2018.

**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zadani su  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$  i  $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ .  
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  te formulu za mješoviti produkt vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ . (3 boda)

- (ii) Jesu li vektori  $\vec{a} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  i  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

- (iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

- (iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  kao u (ii), a treći brid je određen vektorom  $\vec{c} = \vec{j} + \vec{k}$ . Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ . (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}x - y + z &= -2 \\2x + 3y - z &= 14 \\-x + 3y + 2z &= 5. \quad (1 \text{ bod})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije  $f$  i njoj inverzne funkcije  $f^{-1}$ . (2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ . (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$  (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije  $f$  u  $x_0$  i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije  $f(x) = \frac{x}{x+2}$ . (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$  i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost  $f(1.99)$  ako je  $f(x) = \ln \sqrt{x^2 - 3}$ . (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije  $f$  u točki  $(x_0, f(x_0))$  i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f(x) = (x - 1)^3 + 1$  u točki grafa s prvom koordinatom  $x_0 = 2$ . Nacrtajte graf funkcije  $f$  i navedenu tangentu. (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

- (ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije  $f$  i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije  $f$  i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija  $f(x) = x^4 - 2x^3$ . Računski odredite nultočke, točke lokalnih ekstrema te točke infleksije ove funkcije. (4 boda)



Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 1  
Ispit

13. srpnja 2018.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite sustav od pet linearnih jednačba s četiri nepoznanice:

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 &= 3, \\7x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 7x_4 &= 0, \\6x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 &= 15, \\4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 6x_4 &= 6, \\5x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 &= 5.\end{aligned}$$

Ako sustav ima rješenja, onda pismeno provjerite rješenje uvrštavanjem u barem jednu od jednačba. (10 bodova)

2. Zadani su vektori  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = -5\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$  i  $\vec{c} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$ .

(i) Odredite obujam paralelopipeda razapetog tim vektorima.  
(4 boda)

(ii) Prikažite vektor  $8\vec{i} + \frac{7}{3}\vec{k}$  kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ .  
(4 boda)

(iii) Odredite  $x$  tako da vektori  $\vec{a} = -2\vec{i} - (3+x)\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = -5\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  te  $\vec{c} = (7-x)\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$  za taj  $x$  budu komplanarni. (4 boda)

3. U polju kompleksnih brojeva  $\mathbb{C}$  riješite jednadžbu

$$|-i^4 - 2i^3 + i^3z| = |-z - 2 + i^3|$$

te u **kompleksnoj ravnini** predočite skup rješenja. Također, napišite jedno od rješenja i provjerite zadovoljava li početnu jednadžbu.

(8 bodova)

4. i 5. Zadana je funkcija  $f(x) = -\frac{x-1}{2} - \frac{2}{x-6}$ . Odredite:

(i) domenu, nultočke te parnost/neparnost funkcije, (3 boda)

(ii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne) te ugrubo skicirajte graf funkcije (koristeći podatke iz (i) i (ii)), (5 bodova)

(iii) lokalne ekstreme i područje rasta/pada funkcije, (5 bodova)

(iv) područje konveksnosti/konkavnosti i točke infleksije grafa funkcije.  
(4 boda)

(v) Precizno nacrtajte graf ove funkcije koristeći rezultate iz prethodnih podzadataka. (3 boda)