

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

28. kolovoza 2018.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$.
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (3 boda)

- (ii) Jesu li vektori $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{k}$ i $\vec{b} = -\vec{j} + 2\vec{k}$ kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

- (iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

- (iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} -x + y + z &= 1 \\ x + 2y - z &= 5 \\ 3x - y + 2z &= -4. \end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$. (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$. (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost $f(1.99)$ ako je $f(x) = e^{x^3-4x}$. (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = -(x+2)(x-4)$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = 2$. Nacrtajte graf funkcije f i navedenu tangentu. (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

- (ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija $f(x) = x^2(x+6)^2$. Računski odredite nultočke, točke lokalnih ekstrema te točke infleksije ove funkcije. (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

28. kolovoza 2018.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite sustav od pet linearnih jednadžba s tri nepoznanice:

$$2x_1 - x_2 - x_3 = 3,$$

$$7x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0,$$

$$6x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 15,$$

$$4x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 6,$$

$$5x_1 - 2x_2 - x_3 = 5.$$

Ako sustav ima rješenja, onda pismeno provjerite rješenje uvrštavanjem u barem dvije od svih jednadžba. (10 bodova)

2. Zadani su vektori $\vec{a} = 6\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} - \frac{1}{3}\vec{k}$ i $\vec{c} = 3\vec{j} - 6\vec{k}$.

- (i) Odredite obujam paralelopipeda razapetog tim vektorima, površinu neke njegove baze, te pripadnu visinu. (4 boda)

- (ii) Prikažite vektor \vec{j} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (4 boda)

- (iii) Odredite x tako da vektori $\vec{a} = 2\vec{j} - 2x\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 6\vec{j}$, te $\vec{c} = x\vec{i} - 2\vec{j} + (3x + 4)\vec{k}$ za taj x budu komplanarni. (4 boda)

3. U polju kompleksnih brojeva \mathbb{C} riješite jednadžbu:
 $| -i(-i^2 - 2i + iz) | = |i(-z - 2 + i^3)|$, te u **kompleksnoj ravnini** predočite skup rješenja. Također, napišite jedno od rješenja i provjerite zadovoljava li početnu jednadžbu. (8 bodova)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{-5-x}{x-9}$. Odredite:

(i) domenu, nultočke te parnost/neparnost funkcije, (3 boda)

(ii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne) te ugrubo skicirajte graf funkcije (koristeći podatke iz (i) i (ii)), (5 bodova)

(iii) lokalne ekstreme i područje rasta/pada funkcije, (5 bodova)

(iv) područje konveksnosti/konkavnosti i točke infleksije grafa funkcije.
(4 boda)

(v) Precizno nacrtajte graf ove funkcije koristeći rezultate iz prethodnih podzadataka. (3 boda)