

MATEMATIKA 1**1. dio****Ispit – 4. veljače 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$. Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (3 boda)

(ii) Jesu li vektori $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{k}$ i $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$ kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

(iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju?
(2 boda)

(iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

MATEMATIKA 1**1. dio****Ispit – 4. veljače 2019.****2. zadatak**

- (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}2x + 2y - z &= 3 \\x - 3y - z &= 1 \\-x + 2y + z &= -1. \quad (1 \text{ bod})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio****Ispit – 4. veljače 2019.****3. zadatak**

(i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$. (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. (3 boda)

MATEMATIKA 1**1. dio****Ispit – 4. veljače 2019.****4. zadatak**

(i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost $f(1.97)$ ako je $f(x) = e^{-(x-2)(x-3)}$. (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = (x - 1)^3 - 1$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = 2$. Nacrtajte graf funkcije f i navedenu tangentu. (3 boda)

MATEMATIKA 1**1. dio****Ispit – 4. veljače 2019.****5. zadatak**

(i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$. Računski odredite točke lokalnih ekstrema i točke infleksije ove funkcije te skicirajte njen graf. (4 boda)

MATEMATIKA 1**2. dio****Ispit – 4. veljače 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

- (i) Matrično zapišite linearan operator A koji predstavlja simetriju trodimenzionalnog vektorskog prostora s obzirom na Y os te nađite sliku točke $T(2, -2, 1)$ s obzirom na tu transformaciju. Matrično zapišite linearan operator B koji predstavlja rotaciju prostora oko Z osi za kut od $4\pi/3$ te nađite sliku točke $T(2, -2, 1)$ s obzirom na tu transformaciju. (5 bodova)
- (ii) Odredite matrični zapis operatora C koji se dobije kompozicijom operatora A i B , s tim da prvo djeluje operator A . (2 boda)
- (iii) Prikažite vektor $\vec{d} = -\vec{i} + 4\vec{k}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{c} = \vec{j} + \vec{k}$. (3 boda)

MATEMATIKA 1**2. dio****Ispit – 4. veljače 2019.****2. zadatak** Riješite linearni sustav:

$$\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 - 10x_3 + 8x_4 = -12 \\ x_1 - x_2 + 7x_3 - x_4 = 5 \\ -2x_1 + x_2 - 14x_3 + 5x_4 = -3 \\ 5x_1 - 2x_2 + 37x_3 - 5x_4 = 13. \end{cases}$$

(10 bodova)

MATEMATIKA 1**2. dio****Ispit – 4. veljače 2019.****3. zadatak**

(i) Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(2x)}{x + \sin(4x)}$. (5 bodova)

(ii) Koristeći linearnu aproksimaciju, približno izračunajte $\ln(\sqrt[4]{1.05})$. (5 bodova)

MATEMATIKA 1**2. dio****Ispit – 4. veljače 2019.****4. zadatak** Zadana je funkcija

$$f(x) = x e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

- (i) Odredite domenu i nultočke funkcije f . (2 boda)
- (ii) Odredite sve asimptote grafa funkcije f . (5 bodova)
- (iii) Odredite intervale pada/rasta i lokalne ekstreme. (6 bodova)

(iv) Odredite intervale konveksnosti/konkavnosti i točke infleksije. (4 boda)

(v) Koristeći dobivene podatke precizno nacrtajte graf funkcije f . (3 boda)