

**MATEMATIKA 1****1. dio****Ispit – 9. rujna 2020.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

**1. zadatak**

(i) Zadani su  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$  i  $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ . Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  te formulu za mješoviti produkt vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ . (3 boda)

(ii) Jesu li vektori  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k}$  i  $\vec{b} = \vec{j} + \vec{k}$  kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

(iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Objasnite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju?  
(2 boda)

(iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  kao u (ii), a treći brid je određen vektorom  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ . Koja je visina tog tijela? (3 boda)

**MATEMATIKA 1****1. dio****Ispit – 9. rujna 2020.****2. zadatak**

- (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice  $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ . (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} -x - y + z &= 2 \\ x + 2y + 3z &= 2 \\ 2x - y + 2z &= 0. \end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

**MATEMATIKA 1****1. dio****Ispit – 9. rujna 2020.****3. zadatak**

(i) Zapišite veze između funkcije  $f$  i njoj inverzne funkcije  $f^{-1}$ . (2 boda)

(ii) Odredite inverznu funkciju  $f^{-1}$  za  $f(x) = e^{x+1}$  te zapišite veze iz (i). (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je  $f(x) = e^{x+1}$  (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije  $f$  u  $x_0$  i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije  $f(x) = \sqrt{x-1}$ . (3 boda)

**MATEMATIKA 1****1. dio****Ispit – 9. rujna 2020.****4. zadatak**

(i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$  i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost  $f(5.01)$  ako je  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ . 2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije  $f$  u točki  $(x_0, f(x_0))$  i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f(x) = 4 - x^2$  u točki grafa s prvom koordinatom  $x_0 = 1$ . Nacrtajte graf funkcije  $f$  i navedenu tangentu. (3 boda)

## MATEMATIKA 1

1. dio

Ispit – 9. rujna 2020.

5. zadatak

(i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije  $f$  i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije  $f$  i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija  $f(x) = (x + 1)(x^2 + 2x - 2)$ . Računski odredite točke lokalnih ekstrema i točke infleksije ove funkcije. (4 boda)

**MATEMATIKA 1****2. dio****Ispit – 9. rujna 2020.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

**1. zadatak** Koristeći elementarne matrične transformacije, riješite linearni sustav:

$$\begin{cases} -3x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 3x_4 + 11 = 0 \\ -x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 9 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 - 9 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 4 = 0. \end{cases}$$

(10 bodova)

**MATEMATIKA 1****2. dio****Ispit – 9. rujna 2020.****2. zadatak**

- (i) Matrično zapišite linearan operator  $A$  koji predstavlja rotaciju prostora oko  $Z$  osi za kut od  $11\pi/6$  te nađite sliku točke  $T(-\sqrt{3}, 1, 0)$  s obzirom na tu transformaciju. (3 boda)

- (ii) Neka je

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matrični zapis linearnog operatora transformacije. Što on predstavlja?

Odredite matrični zapis operatora  $C$  koji se dobije kompozicijom operatora  $A$  i  $B$ , s tim da prvo djeluje operator  $A$ . (2 boda)

- (iii) Izračunajte površinu paralelograma koji određuju vektori  $\vec{a} = -5\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$  i  $\vec{b} = -3\vec{i} - \vec{j}$ . (2 boda)

- (iv) Prikažite vektor  $\vec{c} = -3\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$  kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ . (3 boda)

**MATEMATIKA 1****2. dio****Ispit – 9. rujna 2020.****3. zadatak**

(i) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{2} \sin(3x)\right)^{\frac{1}{2x}}$ . (5 bodova)

(ii) Odredite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = e^{-5x}(x+1)^2.$$

(5 bodova)

**MATEMATIKA 1****2. dio****Ispit – 9. rujna 2020.****4. zadatak** Zadana je funkcija

$$f(x) = 2 + \frac{\ln x}{x}.$$

(i) Odredite domenu funkcije  $f$ . (2 boda)(ii) Odredite sve asimptote grafa funkcije  $f$ . (5 bodova)

(iii) Odredite intervale pada/rasta i lokalne ekstreme. (6 bodova)

(iv) Odredite intervale konveksnosti/konkavnosti i točke infleksije. (4 boda)

(v) Koristeći dobivene podatke, precizno nacrtajte graf funkcije  $f$ . (3 boda)